

成层地球模型对体势力及表载的响应

地质系 潘尔年 丁中一 王 仁

摘 要

本文主要研究了成层具自重的弹性地球对日月体潮力及表载的响应。文中首先利用引潮力势、表载及其对应势的共同特征,找出了解型,推导出了较一般的方程及边界条件。接着对最新的 PREM 地球模型^[7]及最新的 M_2 波潮图资料^[8],用本文所引入的矩阵传播法,计算了可与其他作者之结果比较的一些地表量,即体潮 Love 数及其组合因子、负荷 Love 数及由潮载引起的地表重力变化。所得二阶重力潮汐因子之值较之其它理论结果更为接近观测值。用本文所述简单级数求和法得到的 M_2 波引起的地表重力变化结果表明,用此法估计地表重力变化的幅度能得到较好的结果。最后着重计算了日月引潮力作用下,潮载作用下的地球内部位移场、应力场,并且详细地讨论了它们的特征。

一、引言

关于具重力的弹性地球对日月引潮力的响应问题,文献 [1—3] 曾作过一些研究。[1] 对日或月引潮力作用下的全球响应作过详细讨论,但只限于二阶轴对称引潮力势; [2] 中将日、月引潮力的响应迭加,得到了日月引潮力同时作用下的结果,并由此考虑了日月引潮力触发地震的可能性,但却没有分析其响应的全球特征; [3] 中虽对引潮力作用下地球的响应作了一些讨论,但不全面,文中只作出了解的展开系数随深度的变化曲线,而且只是对 Legendre 级数的二阶项。

关于具自重的弹性地球对表面载荷的响应问题,是从发现体潮 Love 数及其组合因子的理论计算值与观测值不吻合时起,开始引起人们的重视^[4],然而,大多数学者只着眼于海潮对体潮 Love 数及其组合因子观测的影响,其方法多为先求点载作用下的 Green 函数解,然后将分布表载与基本解褶积而得其所感兴趣的地表量^[5-6]。

在一般体潮力及表载作用下,地球的全球响应如何? 由此引起的位移、应力场有何特征? 体潮力响应与表载响应又有哪些异同? 本文将主要讨论这些问题。

二、基本方程、边界条件及解的寻求

忽略地球椭率,并将问题视为静态,则具自重的弹性地球的基本方程为^[9-10]:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \sigma - \nabla(\rho g \mathbf{U} \cdot \mathbf{e}_r) + g \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) \mathbf{e}_r - \rho \nabla \varphi_1 = 0 \\ \nabla^2 \varphi_1 = -4\pi G \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) \end{cases} \quad (1)$$

其中, ρ 为密度; g 为重力加速度; \mathbf{U} 为位移矢量; σ 为应力张量; φ_1 为扰动势。

在交界面上, 有如下连续条件 (但在核-幔交界面上, 位移分量 U_θ 、 U_φ 可以间断):

$$\begin{cases} [U_i]^\pm = 0, [\sigma_{ri}]^\pm = 0, & i = r, \theta, \varphi \\ [\varphi_1]^\pm = 0, [\partial_r \varphi_1 + 4\pi G \rho U_r]^\pm = 0. \end{cases} \quad (2)$$

在地球表面 ($r = a$) 的边界条件为^[11]:

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = -\rho_w g_a \xi; \sigma_{r\theta} = 0; \sigma_{r\varphi} = 0, \\ \partial_r \varphi_1 - \partial_r \varphi_1^e = -4\pi G(\rho U_r + \rho_w \xi). \end{cases} \quad (3)$$

其中, ρ_w 为海水密度; ξ 为 M_2 波的瞬时潮高; g_a 即重力加速度在地表之值, 上标 e 表示函数在 $r = a + 0$ 处之值。

注意, 地表边界条件(3)式是对表载与体势力同时作用的情况。若单对体势力问题, 则 $\xi = 0$; 单对表载问题, 则(3)式形式不变, 但对不同问题, φ_1 的形式是不同的。具体地说, 对表载、体势力及两者同时作用的迭加问题, 它们的 φ_1 分别是

$$\varphi_1 = \varphi_t + \varphi_d.$$

$$\varphi_1 = \varphi_i + \varphi_d.$$

$$\varphi_1 = \varphi_t + \varphi_i + \varphi_d.$$

其中, φ_t 为对应于表载的势; φ_i 为日月引潮力势; φ_d 为由相应的变形引起的附加势。

以上是问题的基本方程和边界条件; 现对一般表载及体潮力势求解。

我们知道, 海潮潮高可展为如下形式:

$$\xi(\theta, \varphi, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (A_{n_c}^m(t) \cos m\varphi + A_{n_s}^m(t) \sin m\varphi) P_n^m(\cos\theta) \quad (4)$$

由此潮高产生的地球内部任一点的引力势为

$$\varphi_t = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (B_{n_c}^m(t) \cos m\varphi + B_{n_s}^m(t) \sin m\varphi) \left(\frac{r}{a}\right)^n P_n^m(\cos\theta) \quad (5)$$

其中

$$B_{n_c}^m(t) = \frac{-4\pi G a \rho_w}{2n+1} A_{n_c}^m(t), \quad B_{n_s}^m(t) = \frac{-4\pi G a P_w}{2n+1} A_{n_s}^m(t).$$

日月引潮力势可展为

$$\varphi_i = -a g_a \sum_{n=2}^3 \sum_{m=0}^n (C C_{n_c}^m(t) \cos m\varphi + C C_{n_s}^m(t) \sin m\varphi) \left(\frac{r}{a}\right)^n P_n^m(\cos\theta) \quad (6)$$

这样, 无论是体潮力势还是潮高及其对应势, 其表达式的形式皆为连带 Legendre 多项式的正弦、余弦型展开之和。因而我们可将待定函数展开成如下形式之解:

$$\varphi_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (\phi_{n_c}^m(r, t) \cos m\varphi + \phi_{n_s}^m(r, t) \sin m\varphi) P_n^m(\cos\theta) \quad (7)$$

$$U_i = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (S_{n_c}^m + S_{n_s}^m)_i \quad i = r, \theta, \varphi \quad (8)$$

其中

$$(S_{n_c}^m)_r = U_{n_c}^m(r, t) P_n^m(\cos\theta) \cos m\varphi$$

$$(S_{n_c}^m)_\theta = V_{n_c}^m(r, t) \partial_\theta P_n^m(\cos\theta) \cos m\varphi$$

$$(S_{nc}^m)_\varphi = \frac{-m}{\sin\theta} V_{nc}^m(r, t) P_n^m(\cos\theta) \sin m\varphi$$

$$(S_{ns}^m)_r = U_{ns}^m(r, t) P_n^m(\cos\theta) \sin m\varphi$$

$$(S_{ns}^m)_\theta = V_{ns}^m(r, t) \partial_\theta P_n^m(\cos\theta) \sin m\varphi$$

$$(S_{ns}^m)_\varphi = \frac{m}{\sin\theta} V_{ns}^m(r, t) P_n^m(\cos\theta) \cos m\varphi$$

由弹性关系将可得各个应力分量。

为将方程(1)转化为一阶微分方程组, 还须引入三组新函数 X_{nc}^m 、 X_{ns}^m ; Y_{nc}^m 、 Y_{ns}^m ; Q_{nc}^m 、 Q_{ns}^m , 它们每两个分别对应于 σ_{rr} 、 $\sigma_{r\theta}$ 及 $\partial_r \phi_1 + 4\pi G \rho U_r$ 的两组展开系数。这样, (1) 式便等价于如下的六个联立一阶微分方程组:

$$\frac{d\mathbf{F}}{dr} = \mathbf{A}\mathbf{F} \quad (9)$$

其中, $\mathbf{F} = (U, V, X, Y, \phi, Q)^T$ 对每一标号; \mathbf{A} (为 6×6 矩阵) 与 [12—14] 中所给形式基本相同。这就是说, 此类方程组对一般体力势和表载亦适用, 只需由原来的对一个标号 n 推广到对四个标号 m 、 n 、 c 、 s , 而且, 若在(9)式的第二、四方程中各加入一个非齐次项(一般体力的 Legendre 展开系数), 则上述方程还可用来研究地球对一般体力的响应。

下面, 我们将用(9)式对最新的 PREM 模型及最新的 M_2 波海潮图作计算。对 PREM 模型, 幔内分 43 层; 核内设 Adams-Williamson 条件 [12] 成立; 且 Q 值的影响忽略 [15—16]。另外, 在数值处理中, 本文利用了系数矩阵的线性性质, 对每一层中用标准四阶 Runge-Kutta 法推算, 并将每一层中的上界面之值直接由下界面之值线性表达出, 然后利用函数 $\mathbf{F} = (U, V, X, Y, \phi, Q)^T$ 的连续性作矩阵传播, 最后将问题归为在地表求解三元一次线性方程组, 从而一次确定待定常数。此法较之以往的处理法, 就其计算量而言, 可大大减少。

三、一些地表响应量的计算

1. 体潮 Love 数及其组合因子

本文的理论计算值和另外一些理论计算值及观测值一并列表 I。

首先, 从表 I 可以看到, 就其组合因子 γ 、 δ 而言, 用 1066 A 模型和 Wang (王其允) 模型所得理论值彼此很接近; 而本文用 PREM 模型所得结果与 Farrell 用 Gutenberg-Bullen 模型所得结果较接近。这无疑是因为 1066 A 模型与 Wang 模型的地球上部参数分布彼此较接近, 而 PREM 模型与 Gutenberg-Bullen 模型较接近。

其次, 将理论计算值与观测值比较 ($n = 3$ 除外, 见表 I 注), 从表 I 不难发现, 唯有本文用 PREM 模型所得理论结果与之最接近。而且, 值得注意的是, 本文所得 δ_2 与用 Wahr 模型 [23—24] 对 M_2 波所得 δ_2 在纬度 45° 处之值很接近 (1.1492)。

2. 负荷 Love 数

本文用 PREM 模型计算了直到 $n = 30$ 的负荷 Love 数, 其结果以及其他作者对不同模型所得结果一并列表 II 中, 以便比较。

在表 II 中, P 列表示本文用 PREM 模型所得结果; L 列表示 Longman [13] 用 Gutenberg-Bullen 模型; F 列表示 Farrell [5] 用 Gutenberg-Bullen 模型; M 列表示毛伟建 [25] 用 1066 A

模型。

首先有必要解释一下 $n = 1$ 之结果。对 $n = 1$, Farrell 之结果由假定加载后地球质心在空间的位置不变而得到, 而本文并没加此约束, 即允许地球质心在加载后在空间有一刚体位移 (相对于加载前的地球质心)。尚若我们亦做前一假定, 则可得 $h'_1 = -0.282$, $l'_1 = 0.1016$, $k'_1 = 0$, 与 F 的结果一致。

另外, 从表 II 可见, L 与 F 列的结果对各负荷 Love 数皆非常接近, 这是因为两者所用模型相同; P 与 L 列结果对负荷 Love 数 h'_n 、 k'_n 很接近 (特别是对 k'_n , 两列在 $n > 3$ 后几乎完全相同), 这当然又是由 PREM 模型与 Gutenberg-Bullen 模型较接近导致的。

表 I 体潮 LOVE 数及其组合因子

	$n = 2$	$r_2 = 1 + k_2 - h_2$	$\delta_2 = 1 + h_2 - \frac{3}{2}k_2$	$n = 3$	$r_3 = 1 + k_3 - h_3$	$\delta_3 = 1 + \frac{2}{3}h_3 - \frac{4}{3}k_3$	作者	模型或注释
h_n	0.5868			0.2842			本文	PREM
l_n	0.08479	0.7048	1.1494	0.01535	0.80614	1.0690		
k_n	0.2916			0.09034				
h_n	0.5869			0.2844			本文	PREM (无海水层)
l_n	0.08476	0.7054	1.1485	0.01538	0.8073	1.0674		
k_n	0.2923			0.09166				
h_n	0.6159			0.2952			韩大仲 ^[17]	1066 A
l_n	0.085	0.69	1.1571	0.0143	0.7997	1.0703		
k_n	0.3059			0.0949				
h_n	0.6085			0.2914			Saito ^[18]	Wang
l_n	0.08586	0.6918	1.1581	0.01548	0.8017	1.0710		
k_n	0.3003			0.09310				
h_n	0.6114			0.2891			Farrell ^[5]	Gutenberg-Bullen
l_n	0.0832	0.6926	1.1554	0.0145	0.8051	1.0671		
k_n	0.3040			0.0942				
h_n			$1.144 \pm 0.006^{[19]}$	$0.321 \pm 0.019^*$				观测
l_n			$1.144 \pm 0.0055^{[20]}$		$0.804 \pm 0.011^*$	$1.045 \pm 0.008^*$		
k_n	$0.296 \pm 0.004^{[21]}$			$0.125 \pm 0.016^*$				

表 I 注 (对观测值):

1. $n = 2$ 时, k_2 为利用对长周期波的天文观测数据所得; 第一个 $\delta_2^{[19]}$ 为在北美内陆用重力仪对整个 $n = 2$ 阶波观测所得; 第二个 $\delta_2^{[20]}$ 为对东欧和中亚细亚的一些台站之观测值作了海潮修正, 并对台站求平均后所得的 M_2 波重力因子。

2. $n = 3$ “*” 号所注各值为全球台网的观测。如 [22] 中所述, h_3 、 k_3 值有疑, r_3 、 δ_3 则可能因为没作海潮改正与表中理论值皆有一小差距。

表 II 负 荷 LOVE 数 (说明见正文)

n	$-h'_n$				l'_n				$-k'_n$			
	P	L	F	M	P	L	F	M	P	L	F	M
0	0.1299	0.134		0.1337	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.0961		0.290		0.2875		0.113		0.1859		0	0
2	0.9595	1.007	1.001	1.1511	0.0210	0.030	0.030	0.0358	0.2946	0.310	0.308	0.3364
3	1.0301	1.059	1.052	1.1259	0.0667	0.075	0.074	0.0798	0.1928	0.197	0.195	0.2029
4	1.0392	1.059	1.053	1.0934	0.0564	0.062	0.062	0.0621	0.1326	0.133	0.132	0.1351
5	1.0751	1.093	1.088	1.1111	0.0444	0.049	0.049	0.0461	0.1043	0.104	0.103	0.1047
6	1.1341	1.152	1.147	1.1738	0.0370	0.041	0.041	0.0386	0.0901	0.090	0.089	0.0902
7	1.2036	1.223			0.0328	0.037			0.0819	0.082		
8	1.2760	1.296	1.291	1.3240	0.0301	0.034	0.034	0.0315	0.0765	0.076	0.076	0.0762
9	1.3476	1.369			0.0283	0.032			0.0724	0.072		
10	1.4171	1.439	1.433	1.4747	0.0270	0.030	0.030	0.0284	0.0691	0.069	0.068	0.0686
11	1.4840	1.506			0.0260	0.029			0.0664	0.066		
12	1.5482	1.572			0.0253	0.028			0.0641	0.064		
13	1.6096	1.631			0.0247	0.027			0.0620	0.062		
14	1.6685	1.691			0.0242	0.027			0.0601	0.060		
15	1.7248	1.747			0.0238	0.026			0.0584	0.058		
16	1.7786	1.798			0.0235	0.026			0.0569	0.056		
17	1.8301	1.852			0.0232	0.025			0.0554	0.055		
18	1.8792	1.902	1.893	1.9797	0.0229	0.025	0.025	0.0242	0.0540	0.054	0.053	0.0531
19	1.9260	1.949			0.0227	0.025			0.0527	0.052		
20	1.9707	1.994			0.0225	0.025			0.0515	0.051		
21	2.0132	2.037			0.0222	0.024			0.0503	0.050		
22	2.0537	2.078			0.0220	0.024			0.0492	0.049		
23	2.0923	2.117			0.0218	0.024			0.0481	0.048		
24	2.1289	2.156			0.0216	0.023			0.0470	0.047		
25	2.1638	2.194		2.3073	0.0214	0.023		0.0228	0.0460	0.046		0.0451
26	2.1971	2.223			0.0211	0.023			0.0450	0.045		
27	2.2287	2.257			0.0209	0.023			0.0441	0.044		
28	2.2587	2.291			0.0207	0.022			0.0432	0.043		
29	2.2874	2.322			0.0205	0.022			0.0423	0.042		
30	2.3146	2.351			0.0202	0.022			0.0414	0.041		
31		2.381				0.021				0.040		
32		2.408	2.379	2.5524		0.021	0.021	0.0213		0.040	0.039	0.0388

下面, 我们将利用对 PREM 模型所得的负荷 Love 数来计算由 M_2 波引起的地表重力变化。

3. 潮载引起的地表重力变化

首先, 经简单推导, 我们可获得在 M_2 波潮载作用下大陆地表的重力变化为

$$\Delta g_i = 4\pi G \rho_w \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \delta_n (a_n^m \cos m\varphi + b_n^m \sin m\varphi) P_n^m \cos(\sigma t + \chi) + 4\pi G \rho_w \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \delta_n (c_n^m \cos m\varphi + d_n^m \sin m\varphi) P_n^m \sin(\sigma t + \chi) \quad (10)$$

其中, a_n^m 、 b_n^m 、 c_n^m 、 d_n^m 为 M_2 波瞬时潮高的展开系数, σ 为 M_2 波的角频率, χ 为一天文角,

$$\delta_n = (-n - 2h'_n + (n+1)k'_n) / (2n+1).$$

为减少计算量, 以下考虑直接用有限级数求和来处理(10)式。其基本想法是^[20]: 首先, δ_n 随 n 是缓变的 (特别是对大 n), 因而当 $n \geq N_2$ 时, 可取一个平均值 $\bar{\delta}$ 为常数; 其次, 在远离海岸的大陆台站上, $\xi \doteq 0$; 最后, 潮高 ξ 之展开级数是收敛的, 因而 $n \geq N_2$ 的剩余级数之和的贡献相较前面 $n < N_2$ 的有限级数之和是小的。这样, (10)式便可以一有限级数和代之:

$$\Delta g_i = 4\pi G \rho_w \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n (\delta_n - \bar{\delta}) (a_n^m \cos m\varphi + b_n^m \sin m\varphi) P_n^m \cos(\sigma t + \chi) + 4\pi G \rho_w \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n (\delta_n - \bar{\delta}) (c_n^m \cos m\varphi + d_n^m \sin m\varphi) P_n^m \sin(\sigma t + \chi) \quad (11)$$

综合各种因素, 在实际计算中我们取 $N=30$, $\bar{\delta} = -0.44$ 。用本文简单级数求和法对世界一部分台站的计算结果及观测残差、Green 函数法计算结果皆列在表 III 中 (观测残差及 Green 函数法计算结果取自 [26-28]; 幅度单位为微伽, 相位单位为度)。可以看到, 本文所述的简单方法, 能成功地用于计算潮载引起的地表重力变化的幅度; 但对相位, 在有些台站上却是失败的。这主要是由对海水直接吸引项的近似造成的。倘若我们将 δ_n 中的此吸引项单独考虑, 则会得到较好的相位。

表 III M_2 波引起的地表重力变化 (说明见正文)

台 站	国 家	经 度 (东)	纬 度 (北)	观 测		Green 函数法计算		本 文 计 算	
				振幅	相位	振 幅	相 位	振 幅	相 位
Antanarivo	Madagascar	47.55	-18.92	4.19	64	4.30	57	4.35	29
Lauder	New Zealand	169.68	-45.03	1.13	-76	1.16	-135	1.07	-58
Brussels	Belgium	4.35	50.80	2.01	64	1.88	63	2.25	112
Walferdange	Luxembourg	6.17	49.67	1.84	57	1.84	61	1.94	108
Hannover	F. R. of Germany	9.70	52.38	1.28	51	1.31	48	1.31	110
Bad Grund	F. R. of Germany	10.25	51.80	1.56	44	1.33	49	1.29	109
Bonn	F. R. of Germany	7.08	50.73	1.51	58	1.66	55	1.72	110
Helsinki	Finland	24.92	60.20	0.41	30	0.54	31	0.52	99
Kathmandu	Nepal	85.30	27.67	1.02	-166	0.87	-111	0.91	120
Charters Towers	Australia	146.25	-20.08	3.98	-56	1.46	-56	1.40	-58
Canberra	Australia	149.00	-35.32	3.39	-43	2.69	-65	2.38	-54

四、全球位移、应力场分析

1. 日月引潮力作用下的地球位移、应力场

图1—2给出了位移和应力分量随深度的变化曲线。时间点为1983年12月31日15时；三组经纬度是 $(\theta, \varphi) = (30^\circ, 60^\circ)$, $(60^\circ, 120^\circ)$, $(90^\circ, 180^\circ)$ (图中为书写简便, 以(1)记 $(\theta, \varphi) = (30^\circ, 60^\circ)$, 它是内陆点, (2)记 $(60^\circ, 120^\circ)$, 它是海陆交界上之点, 即边缘点, (3)记 $(90^\circ, 180^\circ)$, 为洋内点; 下同)。另外, 因为我们只感兴趣于上地幔, 故对下地幔没予计算, 只是简单地由两头的变化趋势向外推出, 且在图中用虚线划出(下同)。

首先, 我们可以看到, 三个位移分量绝对值是随深度单调减小的。且 U_r 变化平缓, U_θ 、 U_φ 的变化稍剧。但对应力分量, 其随深度的变化要复杂一些, 只有到了浅部应力分量才都随深度的减小而减小其绝对值。另外, 应力分量 $\sigma_{\theta\theta}$ 、 $\sigma_{\theta\varphi}$ 、 $\sigma_{\varphi\varphi}$ 在地球模型上部的两个间断面上(深24.4km、670km)有明显的跳跃。

其次, 从图中我们还可见到, 地球对日月引潮力的响应是很有规律的。即除 $\sigma_{\theta\theta}$ 、 $\sigma_{\varphi\varphi}$ 外, 其余位移、应力分量随深度的变化形式几乎不依赖于经纬度位置。

图3—5作出了对给定时刻的位移、应力分量在地表的等值图。正应力分量 $\sigma_{\theta\theta}$ 、 $\sigma_{\varphi\varphi}$ 的等值图与 U_r 的基本相似, 故没划出。可以看到, 地球对日月引潮力的响应是极有规律的。

另外, 也可将这些量在球面上展现, 例如对 U_r , 见图6, 发生变形后的地球近乎为一旋转椭球。

图7—8给出了位移、应力分量等地表值随时间的变化曲线。时间坐标的0点对应1983年12月31日15时。结合上面所绘等值图3a、7, 不难推知, 等值图将基本上保持其原形绕地球自转轴转动, 很显然, 这种变化规律乃地球自转之结果。另外, 附加于此快速变化上的还有其等值图随纬度的相对缓变。它主要由月绕地, 地绕日的运动引起。不难知道, 这些天体的运行将导致变形旋转椭球对称轴在地球赤道平面两边周期变化, 其与赤道平面所成夹角最大约为 $28^\circ.6$ 。因而日月引潮力对地球的低纬区域影响最大。

2. 潮载作用下的地球位移、应力场

首先, 从由[29]的展开系数所计算的结果与Schwidorski潮图结果比较, 且综合多方面因素来看, 用有限级数之和所得的结果对洋内区域是可靠的; 对边缘区, 所得结果可认为是整个边缘区物理量特征的反映; 至于内陆点, 潮载响应相较日月引潮力响应总是可略的。

图9—10给出了在 M_2 波潮载作用下, 地球内部位移、应力分量随深度的变化曲线。

首先可见, 与日月引潮力响应相反, U_r 随深度之减小而增加其绝对值, 而越近地表变化越剧; U_θ 、 U_φ 在近地表处亦随深度的减小而增加其绝对值。另外, 与日月引潮力响应相同, 潮载作用下的应力分量在近地表处(相较日月引潮力响应, 这里是在更浅部)亦随深度减小而减小其绝对值, 但 σ_{rr} 之递减却很平缓。 $\sigma_{\theta\theta}$ 、 $\sigma_{\theta\varphi}$ 、 $\sigma_{\varphi\varphi}$ 在24.4km、670km两处之间断更明显。

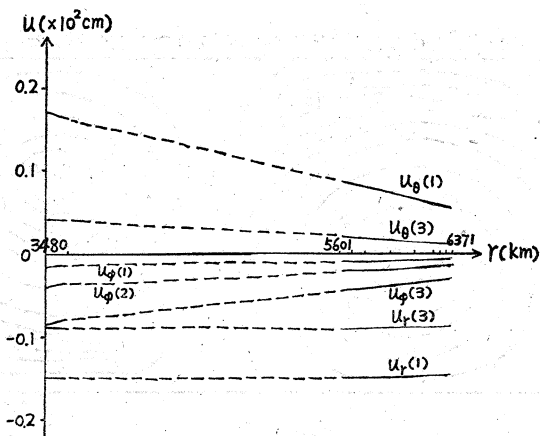


图1 日月引潮力作用下位移分量随深度的变化曲线
 (1)记 $(\theta, \phi) = (30^\circ, 60^\circ)$; (2)记 $(60^\circ, 120^\circ)$; (3)记 $(90^\circ, 180^\circ)$

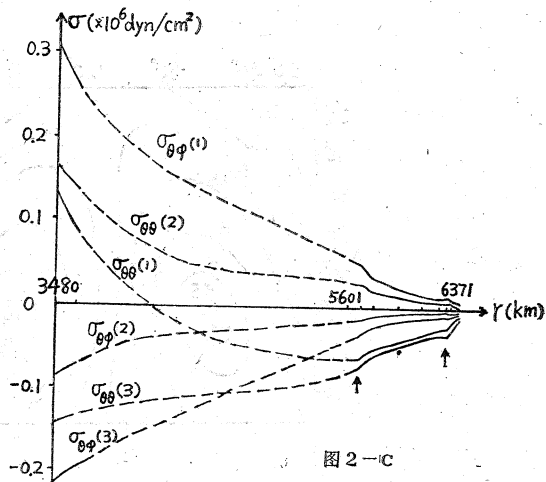
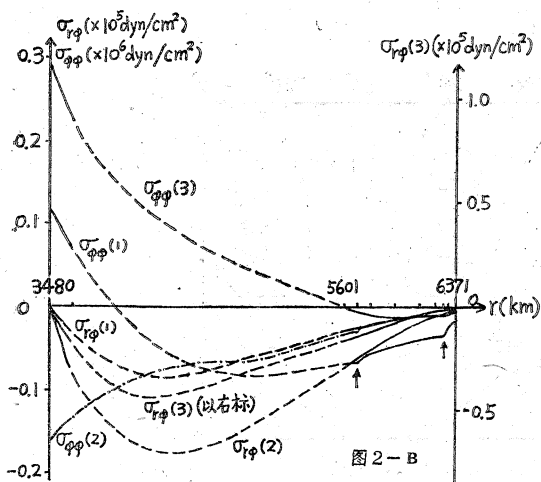
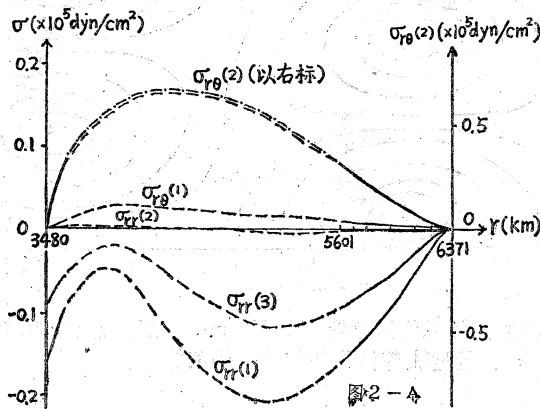


图2 日月引潮力作用下应力分量随深度的变化曲线 (符号见图1)

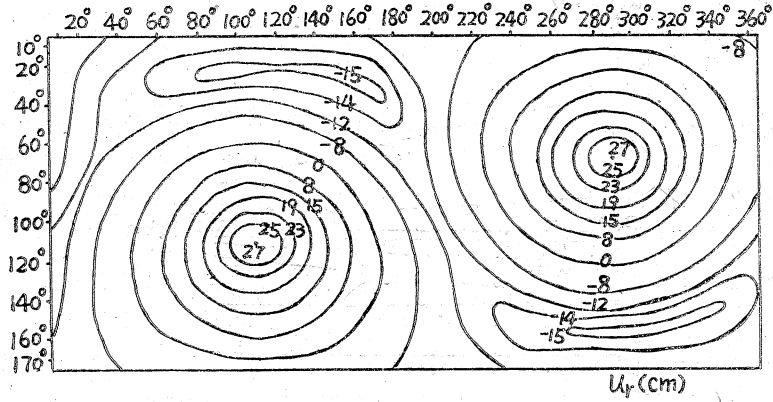


图 3 - A

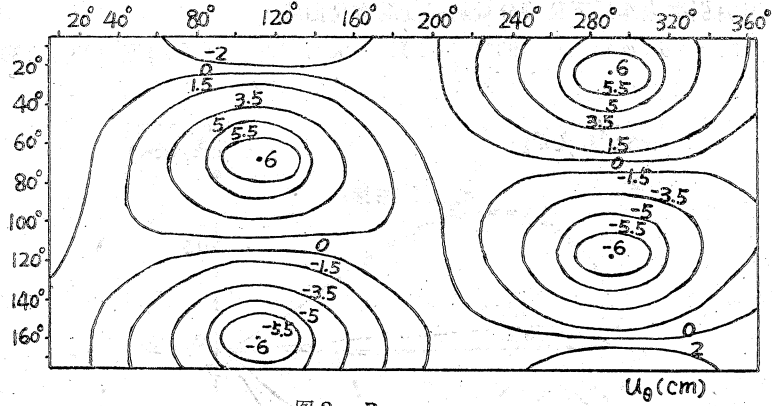


图 3 - B

图 3 日、月引潮力作用下位移分量 U_r , U_θ (cm.) 在地表上的等值线图, 两正应力分量 $\sigma_{\theta\theta}$, $\sigma_{\varphi\varphi}$ 的地表等值线图与 U_r 的相似。

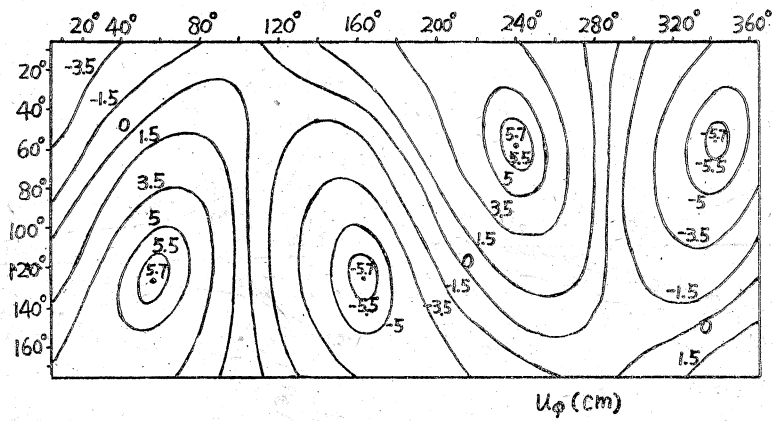


图 4 日月引潮力作用下位移分量 U_φ (cm) 在地表上的等值线图

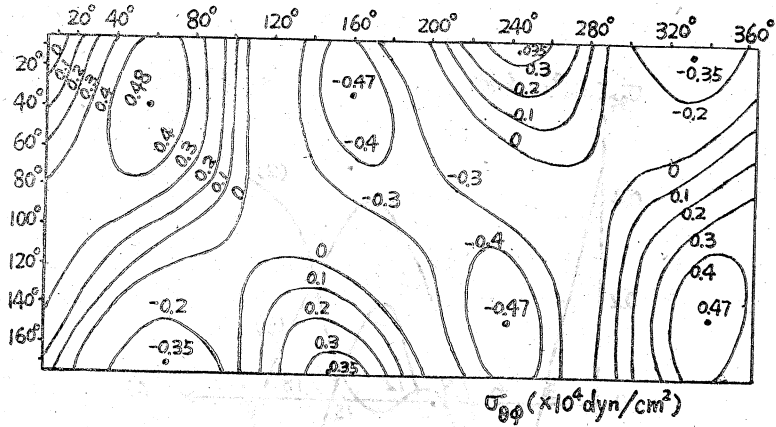


图5 日月引潮力作用下应力分量 $\sigma_{\theta\theta}$ ($\times 10^4 \text{ dyne/cm}^2$) 在地表上的等值线图

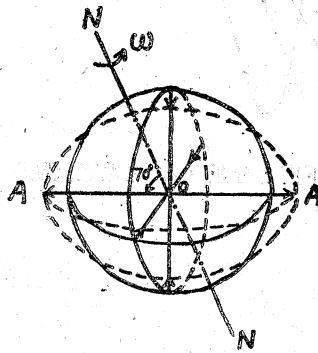


图6 日月引潮力作用下的地球变成旋转椭球, NN 为地球自转轴, AA 为最大拉伸轴(最大拉伸量约为 27cm.) 也即旋转椭球对称轴。AA 所指为日、月引潮力的合力源方向。最大压缩发生在与 AA 垂直并通过球心的平面上, 其最大值约为 15cm.

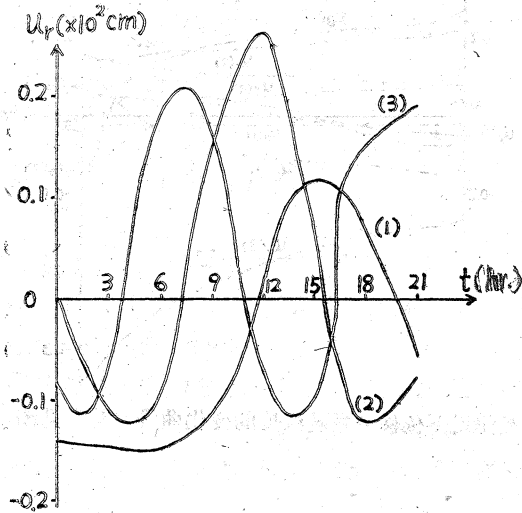


图7 日、月引潮力作用下位移分量 U_r 之地表值随时间的变化曲线。(符号见图1)

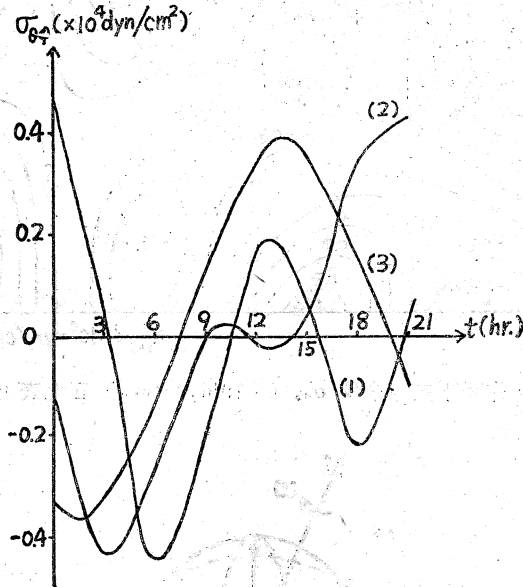


图 8 日、月引潮力作用下应力分量 σ_{64} 之地表值随时间的变化曲线 (符号见图 1)

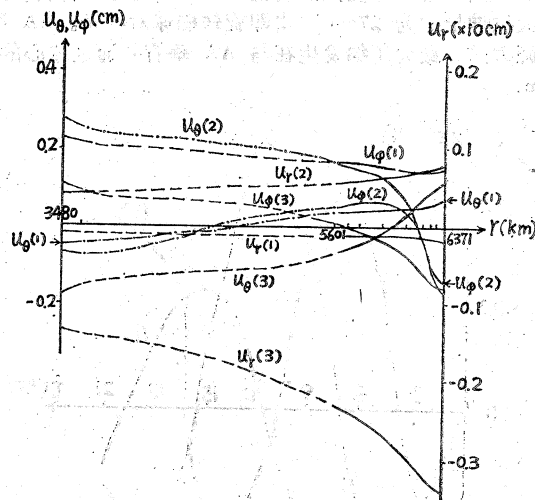


图 9 M_2 波潮载作用下位移分量随深度的变化曲线 (符号见图 1)

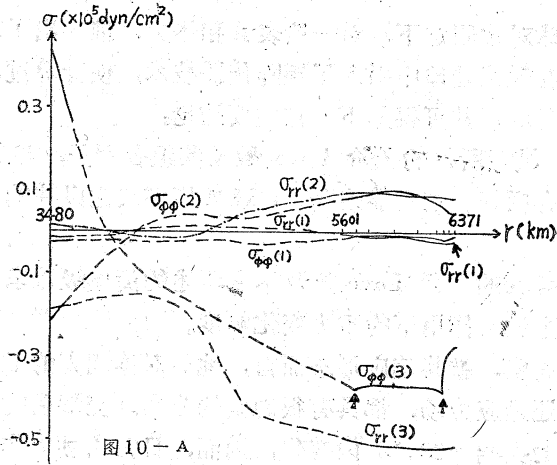


图 10 - A

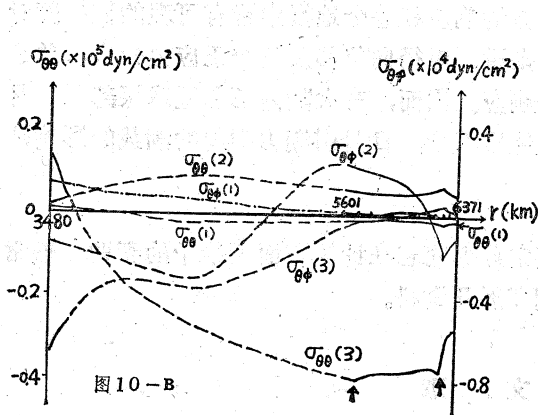


图 10 - B

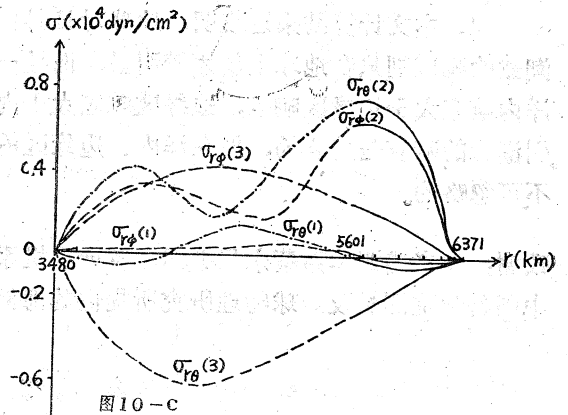


图 10 - C

图 10 M_2 波潮载作用下应力分量随深度的变化曲线 (符号见图 1)

其次, 对每一个“正”分量(U_r 、 σ_{rr} 、 $\sigma_{\theta\theta}$ 、 $\sigma_{\phi\phi}$), 其响应量满足关系 (如对 U_r):
 U_r (洋内) $>$ U_r (边缘) $>$ U_r (内陆)。

且大致的数量比为

$$U_r \text{ (洋内)} : U_r \text{ (边缘)} : U_r \text{ (内陆)} = 20 : 10 : 1。$$

但对各个“剪”分量(U_θ 、 U_ϕ 、 $\sigma_{r\theta}$ 、 $\sigma_{\theta\phi}$ 、 $\sigma_{r\phi}$)却无上述特性, 边缘处“剪”分量随深度的变化梯度在地球上部则远大于洋内或内陆处。

最后, 关于潮载作用下位移、应力分量在地表随经纬、时间的变化, 类似于体潮力问题, 是不难得到的。它们随时间的变化与 M_2 波之瞬时潮高随时间的变化形式一样, 成周期约为 12 小时的正弦型波。它们的地表等值图不象体潮力问题那样有规律可寻, 对固定时间作图没有意义。

五、小 结

本文在静态、层状球对称假定下，对一般表载和体力，推导出了较一般的一阶微分方程组及相应的边界条件；在数值处理中引入了矩阵传播技术，使计算过程简单明了。就计算结果来看，本文方法是可行的，并可得如下几点主要结论：

1. 本文用 PREM 模型所得的二阶 Love 数及其组合因子，与其它理论结果有些小的差别，但却与观测值吻合很好。这可能表明，PREM 模型较之以往的一些模型，更接近于真实地球。

2. 本文所得的 $n \leq 30$ 的负荷 Love 数及本文所述的简单级数求和法，可用来估计大陆地表在 M_2 波（或其它主波）作用下的重力变化幅度。

3. 本文计算结果表明，就其响应形态而言，地球对体潮力的响应表现出一种全球性和均匀性；无论是位移场还是应力场，都具有很规则的分布。变形后的地球为一旋转椭球，其对称轴与地球赤道平面的夹角在 $28.^\circ 6$ 内变化，因而，日月引潮力作用的影响主要在地球低纬区；另则，地球对潮载的响应表现出明显的局部性，其分布形态强烈地依赖于潮载的形式。

4. 本文计算结果还表明，地球对日月引潮力的响应在整个地幔中皆有可观的值；而对潮载的响应则只在地球上部才较明显，而且一般来讲，对径向位移及三个正应力分量，总是洋内响应大于边缘区响应，边缘区响应大于内陆响应。因而，在大陆内部和地球深部，日月引潮力的响应是主要的，但在洋内、边缘区的上地幔部分，日月引潮力引起的潮载的影响是不可忽略的。

致谢：作者感谢本系蔡永恩等同志及计算机系裘宗燕等同志在计算方面所给予的帮助。感谢中国科学院测量及地球物理研究所提供的海潮潮高展开资料。

参 考 文 献

- [1] 丁中一，王仁，引潮力的全球位移场和应力场。（地球物理学报，刊印中）
- [2] 丁中一，贾晋康，王仁，潮汐应力的地震触发作用，地震学报 5 卷 2 期，1983，172—184.
- [3] Takeuchi, H., 1951. On the Earth tide in the compressible earth of varying density and elasticity. J. Fac. Sci., Univ. Tokyo, Sect. II, 7 (11): 1—153.
- [4] Melchior, P., 1978. The Tides of the Planet Earth. Pergamon, Oxford, 609 pp.
- [5] Farrell, W. E., 1972. Deformation of the Earth by surface loads. Rev. Geophys. Space Phys., 10:761—797.
- [6] Farrell, W. E., 1973. Earth tides, ocean tides and tidal loading. Phil. trans. R Soc Lond. A, 274:253—259.
- [7] Dziewonski, A. M. and Anderson, D. L., 1981. Preliminary reference Earth model. Phys. Earth Planet. Inter., 25: 297—356.
- [8] Schwiderski, E. W., 1979. Global ocean tides, Part II: The semidiurnal principle lunar tide (M_2), Atlas of tidal charts and maps. NSWC TR 79—414.
- [9] Dahlen, F. A. and Smith, M. L., 1975. The influence of rotation on the free oscillations of the Earth. Phil. trans. R. Soc. Lond. A, 279: 583—624.
- [10] Молоденский С. М., 1977. О Влиянии горизонтальных неоднородностей мантии на амплитуды приливных волн. Физика Земли, № 2: 3—8.

- [11] Pekeris, C. L., 1978. The bodily tide and the yielding of the Earth due to tidal loading. *Geophys. J. R. astr. Soc.* 52: 471—478.
- [12] Longman, I. M., 1962. A Green's function for determining the deformation of the earth under surface mass loads. 1. Theory. *J. Geophys. Res.*, 67: 845—850.
- [13] Longman, I. M., 1963. A Green's function for determining the deformation of the earth under surface mass loads. 2. Computations and numerical results. *J. Geophys. Res.*, 68: 485—496.
- [14] Smylie, D. E. and Mansinha, L., 1971. The elasticity theory of dislocations in real Earth models and changes in the rotation of the Earth. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 23: 329—354.
- [15] Zschau, J., 1978. Tidal friction in the solid Earth: loading tides versus body tides. Tidal friction and the Earth's rotation. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, pp. 62—94.
- [16] Nagasawa, K., 1979. Theoretical study on earth tides by assuming the Earth as a visco-elastic body. *Bulletin of the Earthquake research institute, Univ. Tokyo*, 54: 223—252.
- [17] 韩大仲, 1982. 月球的弹性潮汐形变及激光测月的潮汐改正, 中国科学院测地所硕士研究生论文.
- [18] Saito, M., 1974. Some problems of static deformation of the Earth. *J. Phys. Earth*, 22: 123—140.
- [19] Pan, C., 1970. The gravitational factor from mid-continental body tides and its statistical analysis. *Tectonophysics*, 9: 15—46.
- [20] Перцев Б. П., 1967. Оценка влияния морских приливов на земные в пунктах, удаленных от океанов. Сб. «Земные приливы и внутреннее строение Земли», «Наука».
- [21] Пильник Т. П., 1974. Спектральный анализ долгопериодических земных приливов. *Физика Земли*, № 4.
- [22] Melchior, P., 1972. Earth tides and polar motions. *Tectonophysics*, 13: 361—372.
- [23] Melchior, P. and DeBecker, M., 1983. A discussion of worldwide measurements of tidal gravity with respect to oceanic interactions, lithosphere heterogeneities, Earth's flattening and inertial forces. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 31: 27—53.
- [24] Wahr, J. M., 1981. Body tides on an elliptical, rotating, elastic and oceanless Earth. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 64: 677—704.
- [25] 毛伟建, 1982. 地球表面负荷的静态响应问题, 中国科学院测地所硕士论文.
- [26] Melchior, P., Kuo, J. T. and Ducarme, B., 1976. Earth tide gravity maps for Western Europe. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 13: 184—196.
- [27] Ducarme, B. and Melchior, P., 1978. A trans-world tidal gravity profile. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 16: 257—276.
- [28] Melchior, P. et al, 1981. Tidal loading along a profile Europe-East Africa-South Asia-Australia and Pacific Ocean. *Phys. Earth Planet. Inter.* 25:71—106.
- [29] 许厚泽, 陈振邦, 杨怀冰, 1982. 海洋潮汐对重力潮汐观测的影响, *地球物理学报*, 25: 120—128.

The Response of a Spherically Stratified Earth Model to Body Force and Surface Potentials Load

Pan Ernian Ding Zhongyi Wang Ren
(*Department of Geology*)

Abstract

The same expansion form of the body force potential and the surface load potential is used to find a general solution for a spherically stratified self-gravitating elastic earth. From which a set of six simultaneous linear differential equations and the related boundary conditions are derived. They are used to obtain the superposed response of the earth model due to the body forces and the surface loads. Furthermore, the technique of propagating matrices is used in the numerical treatment, it makes the computing procedure both simple and clear.

With the up-to-date PREM model and the atlas of M_2 tide, we have calculated the body tide Love numbers for degree $n=2,3$ as well as the compound parameters, the loading tide Love numbers for degree $n \leq 30$ and the change of gravity on the earth surface caused by the M_2 tide. The gravimetric factor obtained for degree 2 is closer to the observed value than other theoretical results.

The displacement fields and stress fields in the earth interior are computed and a detailed discussion for the space-time characters of their distribution is given, especially the global figure of the earth model's response to the luni-solar tidal force.