2

54-60

第29卷 第1期 1986年1月 | 地球物理学报 ACTA GEOPHYSICA SINICA | Vol. 29, No. 1 Jan., 1986

互换定理及 Love 数与表载系数的关系

潘尔年　　丁中一

(北京大学地质系)

摘　　要

本文将弹性力学中的能量互换定理作了推广，得到了对静态、具自重的弹性地球体适用的互换定理．文中将所得能量互换定理运用于受体潮力及表面载荷作用的地球体，从而由物理学的角度得出了 Love 数与表载系数之间的六个关系式，它们与 Molodensky[1] 用纯数学方法所得的结果是等价的．

一、引　　言

关于 Love 数间的关系，是人们感兴趣的一个问题，Molodensky[1] 利用所得一阶微分方程组的自共轭性质，用数学方法得到了体潮 Love 数与表载系数间的一些关系．但是很显然，体潮 Love 数与表载系数间的关系，在物理本质上反映的是在不同受力状态下地球体的响应之间的联系，因此，应可从物理上用互换定理推得．

对具自重的弹性地球的能量互换定理，文[2]中曾得到过．但是，由于考虑了地球自转，因而引入了函数关于时间的褶积，使所得互换定理的表达式较复杂，实际应用时不太方便．当地球体可视为静态时，我们能得到一个形式更简洁的能量互换定理．

二、静态、具自重的弹性地球的一个能量互换定理

假设问题为静态，则具自重的弹性地球体满足如下方程[3,4](见图 1，$\bar{V}$ 表地球所占空间，$\partial\bar{V}$ 表地球表面，E 表整个空间)：

对 $x_i \in \bar{V}$

$$\rho[(\varphi + u_k V_{,k})_{,i} - u_{k,k} V_{,i}] + \sigma_{ki,k} + \rho F_i = 0, \tag{1}$$

$$\varphi_{,kk} = 4\pi G(\rho u_k)_{,k}, \tag{2}$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} u_{l,k}, \qquad C_{ijkl} = C_{ijlk} = C_{klij}, \tag{3}$$

对 $x_i \in E - (\bar{V} + \partial\bar{V})$

$$\varphi_{,kk} = 0. \tag{4}$$

其中，G 为万有引力常数；ρ 为密度；C_{ijkl} 为弹性模量；V 为原场中的重力势；φ 为扰动势；u_i 为位移；σ_{ij} 为应力；F_i 为体力；$f_{,i}$ 表示对 x_i 求偏导，重复下标从 1 至 3 求和．

本文 1984 年 10 月 29 日收到．

令 $I^{\alpha\beta} \equiv \iiint\limits_{\bar V} \sigma_{ij}^{(\alpha)} u_{j,i}^{(\beta)} d\bar V$，其中标号 α，$\beta = 1, 2$ 表示不同的受力状态.

首先，利用(3)式，我们不难看出 $I^{12} = I^{21}$.

再将 $I^{\alpha\beta}$ 作如下变化:

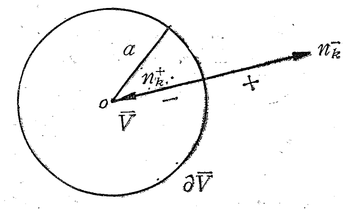

图　1

$$
\begin{aligned}
I^{\alpha\beta} &\equiv \iiint\limits_{\bar V} \sigma_{ij}^{(\alpha)} u_{j,i}^{(\beta)} d\bar V \\
&= \iiint\limits_{\bar V} \left((\sigma_{ij}^{(\alpha)} u_j^{(\beta)})_{,i} - \sigma_{ij,i}^{(\alpha)} u_j^{(\beta)}\right) d\bar V \\
&= \iint\limits_{\partial \bar V} \sigma_{ij}^{(\alpha)} u_j^{(\beta)} n_i d\Sigma - \iiint\limits_{\bar V} \sigma_{ij,i}^{(\alpha)} u_j^{(\beta)} d\bar V.
\end{aligned}
$$

将方程(1)中的 $\sigma_{ij,i}^{(\alpha)}$ 代入上式第二项中，可得

$$
\begin{aligned}
I^{\alpha\beta} = \iint\limits_{\partial \bar V} \sigma_{ij}^{(\alpha)} u_j^{(\beta)} n_i d\Sigma + \iiint\limits_{\bar V} \rho\big(\varphi_{,j}^{(\alpha)} u_j^{(\beta)} + (u_k^{(\alpha)} V_{,k})_{,j} u_j^{(\beta)} - u_{k,k}^{(\alpha)} V_{,j} u_j^{(\beta)} \\
+ F_j^{(\alpha)} u_j^{(\beta)}\big) d\bar V.
\end{aligned}
$$

这样，由 $I^{12} = I^{21}$ 便可得到

$$
\begin{aligned}
&\iint\limits_{\partial \bar V} \sigma_{ij}^{(1)} u_j^{(2)} n_i d\Sigma + \iiint\limits_{\bar V} \rho\big(\varphi_{,j}^{(1)} u_j^{(2)} + (u_k^{(1)} V_{,k})_{,j} u_j^{(2)} - u_{k,k}^{(1)} V_{,j} u_j^{(2)} + F_j^{(1)} u_j^{(2)}\big) d\bar V \\
&= \iint\limits_{\partial \bar V} \sigma_{ij}^{(2)} u_j^{(1)} n_i d\Sigma + \iiint\limits_{\bar V} \rho\big(\varphi_{,j}^{(2)} u_j^{(1)} + (u_k^{(2)} V_{,k})_{,j} u_j^{(1)} - u_{k,k}^{(2)} V_{,j} u_j^{(1)} + F_j^{(2)} u_j^{(1)}\big) d\bar V. \qquad (5)
\end{aligned}
$$

很明显，(5)式中含有较多的体积分项，为将其尽可能多地转化为面积分，我们可利用以下两个恒等式:

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\iiint\limits_{\bar V} \rho (u_k^{(\alpha)} V_{,k})_{,j} u_j^{(\beta)} d\bar V = \iint\limits_{\partial \bar V} \rho u_k^{(\alpha)} V_{,k} u_j^{(\beta)} n_j d\Sigma \\
&\qquad - \iiint\limits_{\bar V} (u_k^{(\alpha)} V_{,k} \rho u_{j,j}^{(\beta)} + u_k^{(\alpha)} V_{,k} \rho_{,j} u_j^{(\beta)}) d\bar V, \\
&\iiint\limits_{\bar V} \rho \varphi_{,k}^{(\alpha)} u_k^{(\beta)} d\bar V - \iiint\limits_{E} \frac{1}{4\pi G} \varphi_{,k}^{(\alpha)} \varphi_{,k}^{(\beta)} d\bar V \\
&\qquad - \iint\limits_{\partial \bar V} \left[\varphi^{(\alpha)} \left(\frac{1}{4\pi G} \varphi_{,k}^{(\beta)} - \rho u_k^{(\beta)}\right)\right]_-^+ n_k d\Sigma = 0.
\end{aligned}
\right.
$$

其中第一式由 Gauss 公式得到，第二式由(2)、(4)两式和 Green 第一公式得到；$[f]_-^+$ 表函数 f 在表面两边的差值，即 $[f]_-^+ = f(a+0) - f(a-0)$.

将上二式代入(5)式，且消去相等的项，则得到如下能量互换定理:

$$
\begin{aligned}
&\iint\limits_{\partial \bar V} \sigma_{ij}^{(1)} u_j^{(2)} n_i d\Sigma + \iint\limits_{\partial \bar V} \rho u_k^{(1)} V_{,k} u_j^{(2)} n_j d\Sigma + \iint\limits_{\partial \bar V} \left[\varphi^{(1)} \left(\frac{1}{4\pi G} \varphi_{,k}^{(2)} - \rho u_k^{(2)}\right)\right]_-^+ n_k d\Sigma \\
&\qquad + \iiint\limits_{\bar V} \rho F_j^{(1)} u_j^{(2)} d\bar V - \iiint\limits_{\bar V} u_k^{(1)} V_{,k} \rho_{,j} u_j^{(2)} d\bar V \\
&= \iint\limits_{\partial \bar V} \sigma_{ij}^{(2)} u_j^{(1)} n_i d\Sigma + \iint\limits_{\partial \bar V} \rho u_k^{(2)} V_{,k} u_j^{(1)} n_j d\Sigma + \iint\limits_{\partial \bar V} \left[\varphi^{(2)} \left(\frac{1}{4\pi G} \varphi_{,k}^{(1)} - \rho u_k^{(1)}\right)\right]_-^+ n_k d\Sigma
\end{aligned}
$$

$$+\iiint_{\bar{V}}\rho F_i^{(2)}u_i^{(1)}d\bar{V}-\iiint_{\bar{V}}u_k^{(2)}V_{,k}\rho_{,i}u_i^{(1)}d\bar{V}. \tag{6}$$

三、球对称地球对不同受力状态的 Love 数与表载系数间的几个关系

对球对称地球，ρ、V 只与 r 有关，由此条件可得到(注意在地表 $\partial\bar{V}$，有 $\boldsymbol{n}=(n_r,0,0)$)

$$\begin{cases}\iint_{\partial\bar{V}}\rho u_k^{(1)}V_{,k}u_j^{(2)}n_jd\Sigma=\iint_{\partial\bar{V}}\rho u_k^{(2)}V_{,k}u_j^{(1)}n_jd\Sigma,\\ \iiint_{\bar{V}}u_k^{(1)}V_{,k}\rho_{,i}u_i^{(2)}d\bar{V}=\iiint_{\bar{V}}u_k^{(2)}V_{,k}\rho_{,i}u_i^{(1)}d\bar{V}.\end{cases}$$

这样，互换定理(6)简化为

$$\begin{aligned}&\iint_{\partial\bar{V}}\sigma_{ij}^{(1)}u_i^{(2)}n_jd\Sigma+\iint_{\partial\bar{V}}\left[\varphi^{(1)}\left(\frac{1}{4\pi G}\varphi_{,k}^{(2)}-\rho u_k^{(2)}\right)\right]_-^+n_kd\Sigma+\iiint_{\bar{V}}\rho F_i^{(1)}u_i^{(2)}d\bar{V}\\&=\iint_{\partial\bar{V}}\sigma_{ij}^{(2)}u_i^{(1)}n_jd\Sigma+\iint_{\partial\bar{V}}\left[\varphi^{(2)}\left(\frac{1}{4\pi G}\varphi_{,k}^{(1)}-\rho u_k^{(1)}\right)\right]_-^+n_kd\Sigma\\&\quad+\iiint_{\bar{V}}\rho F_i^{(2)}u_i^{(1)}d\bar{V}.\end{aligned} \tag{7}$$

首先，我们对体潮力和载潮问题用互换定理．标号(1)对体潮力，(2)对载潮．另外，对其力势的 n 阶量，有[5](图 2)

$$\begin{cases}\varphi^t=g\bar{\zeta}_n\left(\dfrac{r}{a}\right)^n, & r\leqslant oo';\\ (\varphi^l)^i=\dfrac{\alpha_0g\zeta_n}{2n+1}\left(\dfrac{r}{a}\right)^n, & r\leqslant a;\\ (\varphi^l)^e=\dfrac{\alpha_0g\zeta_n}{2n+1}\left(\dfrac{r}{a}\right)^{n+1}, & r\geqslant a.\end{cases}$$

其中上角标 t 表示体潮，l 表示载潮，g 为地表平均重力加速度；ζ_n、$\bar{\zeta}_n$ 皆为 n 阶 Legendre 函数，分别表示载潮潮高和体潮平衡潮潮高；

$$\alpha_0=3\rho_w/\bar{\rho}.$$

ρ_w 为海水密度；$\bar{\rho}=3g/(4\pi Ga)$ 为地球平均密度．很自然，因在推导(7)式时要求了 $\varphi^{(1)}$ 在地球外部有界，而 φ^t 在其势源 o'(图 2)处是无界的，故在 $\varphi^{(1)}$ 中可不包括 φ^t 项，应将其归入体力 $F_i^{(1)}$，即在(7)式中代入

$$\begin{cases}\varphi^{(1)}=\varphi_d^{(1)},\\ \varphi^{(2)}=\varphi_d^{(2)}+\varphi^l,\\ F_i^{(1)}=\varphi_{,i}^t,\\ F_i^{(2)}=0,\end{cases}$$

下角标 d 表地球变形引起的附加势．这样便得到

$$\begin{aligned}&\iint_{\partial\bar V}\sigma_{ij}^{(1)}u_i^{(2)}n_i d\Sigma+\iint_{\partial\bar V}\left[\varphi_d^{(1)}\left(\frac{1}{4\pi G}\varphi_{,k}^{(2)}-\rho u_k^{(2)}\right)\right]_-^+ n_k d\Sigma\\&\quad+\iiint_{\bar V}\rho\varphi_{,i}^t u_i^{(2)}d\bar V=\iint_{\partial\bar V}\sigma_{ij}^{(2)}u_i^{(1)}n_i d\Sigma\\&\quad+\iint_{\partial\bar V}\left[\varphi^{(2)}\left(\frac{1}{4\pi G}(\varphi_d^{(1)})_{,k}-\rho u_k^{(1)}\right)\right]_-^+ n_k d\Sigma.\end{aligned}\tag{8}$$

又因为在地表，有

$$\begin{cases}\sigma_{ij}^{(1)}n_i=0,\\ \sigma_{rr}^{(2)}=-\rho_w g\zeta_n,\ \sigma_{r\theta}^{(2)}=0,\ \sigma_{r\varphi}^{(2)}=0,\\ [\varphi_d^{(1)}]_-^+=0,\\ [\varphi^{(2)}]_-^+=0,\\ \left[\frac{1}{4\pi G}(\varphi_d^{(1)})_{,k}-\rho u_k^{(1)}\right]_-^+ n_k=0,\\ \left[\frac{1}{4\pi G}\varphi_{,k}^{(2)}-\rho u_k^{(2)}\right]_-^+ n_k=-\rho_w\zeta_n,\end{cases}\tag{9}$$

故(8)式变为

$$-\iint_{\partial\bar V}\varphi_d^{(1)}\rho_w\zeta_n d\Sigma+\iiint_{\bar V}\rho\varphi_{,i}^t u_i^{(2)}d\bar V=-\iint_{\partial\bar V}\rho_w g\zeta_n u_r^{(1)}d\Sigma.\tag{10}$$

现在，问题的关键是处理(10)式中的体积分项．为此，我们在地球外部空间再取一适当的球面 ∂V_R(见图 2)，使 $R>a$ 但又 $R<\overline{oo'}$，o' 为引潮力势源(日或月)的位置．我们的目的是要将体积分项转化为在两球面 $\partial\bar V$、∂V_R 上之积分．

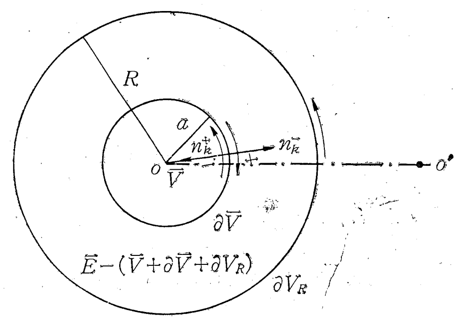

图　2

对 φ^t、$\varphi^{(2)}$，在区域 $\bar E-(\bar V+\partial V_R+\partial\bar V)$ 和 $\bar V$ 中应用 Green 第二公式，可得到

$$\iiint_{\bar V}\varphi^t 4\pi G(\rho u_k^{(2)})_{,k}d\bar V=\iint_{\partial V_R+\partial\bar V^++\partial\bar V^-}\left(\varphi^t\frac{\partial\varphi^{(2)}}{\partial n}-\varphi^{(2)}\frac{\partial\varphi^t}{\partial n}\right)d\Sigma.\tag{11}$$

上式左边可变化为

$$\begin{aligned}&\iiint_{\bar V}\varphi^t 4\pi G(\rho u_k^{(2)})_{,k}d\bar V\\&\quad=\iiint_{\bar V}[(\varphi^t 4\pi G\rho u_k^{(2)})_{,k}-4\pi G\rho u_k^{(2)}\varphi_{,k}^t]d\bar V\\&\quad=-4\pi G\iiint_{\bar V}\rho u_k^{(2)}\varphi_{,k}^t d\bar V+\iint_{\partial\bar V^-}\varphi^t 4\pi G\rho u_k^{(2)}n_k d\Sigma.\end{aligned}\tag{12}$$

将(12)式代入(11)式，则有

$$\iiint_{\bar V} \rho u_k^{(2)} \varphi^t_{,k} d\bar V$$

$$= \frac{1}{4\pi G} \iint_{\partial V_R} \left(\varphi^{(2)} \frac{\partial \varphi^t}{\partial R} - \varphi^t \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial R}\right) d\Sigma + \iint_{\partial \bar V} \varphi^t \left[\frac{1}{4\pi G} \varphi^{(2)}_{,k} - \rho u_k^{(2)}\right]_-^+ n_k d\Sigma.$$

此式代入(10)式，且利用(9)式中的最后一式，可得

$$-\iint_{\partial \bar V} \rho_w g \zeta_n u_r^{(1)} d\Sigma$$

$$= -\iint_{\partial \bar V} \rho_w \zeta_n \varphi^{(1)} d\Sigma + \frac{1}{4\pi G} \iint_{\partial V_R} \left(\varphi^{(2)} \frac{\partial \varphi^t}{\partial R} - \varphi^t \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial R}\right) d\Sigma. \tag{13}$$

不过注意，这里的 $\varphi^{(1)}$ 已为扰动势了，即

$$\varphi^{(1)} = \varphi_d^{(1)} + \varphi^t.$$

再由 Love 数的定义，有

$$\begin{cases} u_r^{(1)} = h_n \bar\zeta_n, & r = a; \\ \varphi^{(1)} = g\bar\zeta_n(1 + k_n), & r = a; \\ \varphi^{(2)} = \dfrac{\alpha_0 g(1 + k_n')\zeta_n}{2n+1}\left(\dfrac{a}{r}\right)^{n+1}, & r \geqslant a. \end{cases}$$

将这些关系式代入(13)式，可得到

$$-\iint_{\partial \bar V} \rho_w g h_n \zeta_n \bar\zeta_n d\Sigma = -\iint_{\partial \bar V} \rho_w g(1 + k_n)\zeta_n \bar\zeta_n d\Sigma$$

$$+ \frac{1}{4\pi G} \iint_{\partial V_R} \left(\frac{\alpha_0 g(1 + k_n')\zeta_n}{2n+1} \left(\frac{a}{R}\right)^{n+1} g\bar\zeta_n n \frac{R^{n-1}}{a^n} \right.$$

$$\left. + g\bar\zeta_n \left(\frac{R}{a}\right)^n \frac{\alpha_0 g(1 + k_n')\zeta_n}{2n+1} (n+1) \frac{a^{n+1}}{R^{n+2}}\right) d\Sigma.$$

对边界 $\partial \bar V$，代入 $d\Sigma = a^2 \sin\theta d\theta d\varphi$；对 ∂V_R，代入 $d\Sigma = R^2 \sin\theta d\theta d\varphi$；且约去各项中的相同乘子 $\iint \zeta_n \bar\zeta_n \sin\theta d\theta d\varphi$，最后得

$$-h_n = -(1 + k_n) + \frac{\alpha_0 g}{4\pi G a \rho_w}(1 + k_n').$$

再利用 $\alpha_0 = 3\rho_w/\bar\rho$，$\bar\rho = 3g/(4\pi G a)$，上式即为

$$k_n' = k_n - h_n. \tag{14}$$

此即载潮 Love 数与体潮 Love 数间的一个有意义的关系．在文[1]中，作者是利他所得六个关系式再组合而得到的．

类似于上述证明过程，但要简单得多，我们可得到另外受力状态下 Love 数与表载系数间的其它一些关系． 如对表面法向力(用标号 (2) 表示)和载潮(用标号(1))用互换定理(7)式，有

$$\iint_{\partial \bar V} \sigma_{ij}^{(1)} u_j^{(2)} n_i d\Sigma + \iint_{\partial \bar V} \left[\varphi^{(1)}\left(\frac{1}{4\pi G}\varphi^{(2)}_{,k} - \rho u_k^{(2)}\right)\right]_-^+ n_k d\Sigma$$

$$= \iint_{\partial\bar{V}} \sigma_{ij}^{(2)} u_j^{(1)} n_i d\Sigma + \iint_{\partial\bar{V}} \left[\varphi^{(2)} \left(\frac{1}{4\pi G} (\varphi_{,k}^{(1)} - \rho u_k^{(1)} \right) \right]_-^+ n_k d\Sigma. \tag{15}$$

在地表 $\partial\bar{V}$ 上，由载潮 Love 数和表载系数的定义，有

$$\begin{cases} u_r^{(1)} = \dfrac{\alpha_0 h_n' \zeta_n}{2n+1}, \\ u_r^{(2)} = h_n^{(2)} \bar{\zeta}_n, \\ \sigma_{rr}^{(1)} = -\rho_w g \zeta_n, \quad \sigma_{r\theta}^{(1)} = 0, \quad \sigma_{r\varphi}^{(1)} = 0, \\ \sigma_{rr}^{(2)} = \bar{\zeta}_n, \quad \sigma_{r\theta}^{(2)} = 0, \quad \sigma_{r\varphi}^{(2)} = 0, \\ \varphi^{(1)} = \dfrac{\alpha_0 g (1 + k_n') \zeta_n}{2n+1}, \\ \varphi^{(2)} = (1 + k_n^{(2)}) \bar{\zeta}_n, \\ \left[\dfrac{1}{4\pi G} \varphi_{,k}^{(1)} - \rho u_k^{(1)} \right]_-^+ n_k = -\rho_w \zeta_n, \\ \left[\dfrac{1}{4\pi G} \varphi_{,k}^{(2)} - \rho u_k^{(2)} \right]_-^+ n_k = 0. \end{cases}$$

将上式代入(15)式，则有

$$-\rho_w g h_n^{(2)} \iint_{\partial\bar{V}} \zeta_n \bar{\zeta}_n d\Sigma = \frac{\alpha_0 h_n'}{2n+1} \iint_{\partial\bar{V}} \zeta_n \bar{\zeta}_n d\Sigma - \rho_w (1 + k_n^{(2)}) \iint_{\partial\bar{V}} \zeta_n \bar{\zeta}_n d\Sigma,$$

约去各项中的相同乘子 $\iint_{\partial\bar{V}} \zeta_n \bar{\zeta}_n d\Sigma$，可得

$$-\rho_w g h_n^{(2)} = \frac{\alpha_0 h_n'}{2n+1} - \rho_w (1 + k_n^{(2)}). \tag{16a}$$

采用简化单位制(以便与 [1] 之结果比较)，即 $a = 1$，$g = 1$，$G = 3/4\pi$，$\alpha_0 = 3\rho_w$，则(16a)式简化为

$$-h_n^{(2)} = \frac{3h_n'}{2n+1} - (1 + k_n^{(2)}). \tag{16}$$

这样，一共可得六个关系(标号(1)表示表面切向力之响应，(2)表法向力的响应)：

$$\begin{cases} \text{体潮力与载潮} & k_n' = k_n - h_n, \\ \text{法向力与载潮} & -h_n^{(2)} = \dfrac{3h_n'}{2n+1} - (1 + k_n^{(2)}), \\ \text{切向力与载潮} & -h_n^{(1)} = \dfrac{3l_n'}{2n+1} n(n+1) - (1 + k_n^{(1)}), \\ \text{切向力与法向力} & h_n^{(1)} = n(n+1) l_n^{(2)}, \\ \text{体潮力与法向力} & 3h_n = (2n+1)(1 + k_n^{(2)}), \\ \text{体潮力与切向力} & 3n(n+1) l_n = (2n+1)(1 + k_n^{(1)}). \end{cases} \tag{17}$$

此六式与文献[1]中所得的六个关系式等价，它们是

$$
\begin{cases}
h'_n = h_n - \dfrac{2n+1}{3} h_n^{(2)}, \\
k'_n = k_n - \dfrac{2n+1}{3} (1 + k_n^{(2)}), \\
l'_n = l_n - \dfrac{2n+1}{3} l_n^{(2)}, \\
h_n^{(1)} = n(n+1) l_n^{(2)}, \\
3h_n = (2n+1)(1 + k_n^{(2)}), \\
3n(n+1) l_n = (2n+1)(1 + k_n^{(1)}).
\end{cases}
\tag{18}
$$

可见，上式中的前三式可由本文所得的(17)式组合而得；而对后三式，两者则完全相同。至此，我们从另一角度，即从物理学角度，应用能量互换定理，很简单地导出了与(18)式等价的关系式(17)。

此项工作是在王仁教授指导下完成的，深表感谢。

参 考 文 献

[1] Molodensky, S. M., About connection of Love number with loading coefficients, *Izv. Akad. Sci. USSR*, **3**, 3—7, 1977.

[2] Boschi, E., Reciprocity theorem and elastic dislocation theory for an earth model with an initial static stress field, *J. Geophys. Res.*, **78**, 8584—8590, 1973.

[3] Dahlen, F. A. and Smith, M. L., The influence of rotation on the free oscillation of the earth, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **279**, 583—624, 1975.

[4] Molodensky, S. M., On the influence of horizontal inhomogeneities of the mantle on the amplitude of tidal waves, *Izv. Akad. Sci. USSR*, **2**, 3—8, 1977.

[5] Pekeris, C. L., The bodily tide and the yielding of the earth to tidal loading, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **52**, 471—478, 1978.

RECIPROCITY THEOREM AND SOME RELATIONS BETWEEN LOVE NUMBERS AND SURFACE LOADING COEFFICIENTS

PAN ER-NIAN DING ZHONG-YI
(Department of Geology, Peking University)

Abstract

An extension of the reciprocity theorem in elasticity is made to be applicable to the static, self-gravitational elastic earth. It is then used to the case when the earth is acted by bodily tide and surface loadings. We thus obtain, from the physical point of view, six-relations between the Love numbers and surface loading coefficients. They are equivalent to the results obtained by Molodensky using purely mathematical method.